

МИНИСТЕРСТВО ЗДРАВООХРАНЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДИАТРИЧЕСКИЙ МЕДИЦИНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»



УТВЕРЖДЕНО

Дектор ФГБОУ ВО СПбГПМУ

Минздрава России

Д.О. Иванов

2025 г.

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ

Санкт-Петербург
2025

1. Область применения и нормативные ссылки

Программа вступительного испытания разработана для поступающих в ФГБОУ ВО СПбГПМУ Минздрава России на обучение по программам высшего образования: программам бакалавриата и программам специалитета на основе требований Федерального государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования (Приказ Минобрнауки России от 17.05.2012 N 413 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования»).

2. Программа вступительного испытания по математике

Алгебра

Числа, корни и степени

- Целые числа
- Степень с натуральным показателем
- Дроби, проценты, рациональные числа
- Степень с целым показателем
- Корень степени $n > 1$ и его свойства
- Степень с рациональным показателем и её свойства
- Свойства степени с действительным показателем

Основы тригонометрии

- Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла
- Радианная мера угла
- Синус, косинус, тангенс и котангенс числа
- Основные тригонометрические тождества
- Формулы приведения
- Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов
- Синус и косинус двойного угла

Логарифмы

- Логарифм числа
- Логарифм произведения, частного, степени
- Десятичный и натуральный логарифмы, число

Преобразования выражений

- Преобразования выражений, включающих арифметические операции
- Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень
- Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени
- Преобразования тригонометрических выражений
- Преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования
- Модуль (абсолютная величина) числа

Уравнения и неравенства

Уравнения

- Квадратные уравнения
- Рациональные уравнения
- Иррациональные уравнения
- Тригонометрические уравнения
- Показательные уравнения
- Логарифмические уравнения
- Равносильность уравнений, систем уравнений

- Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными
- Основные приёмы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных
- Использование свойств и графиков функций при решении уравнений
- Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем
- Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учёт реальных ограничений

Неравенства

- Квадратные неравенства
- Рациональные неравенства
- Показательные неравенства
- Логарифмические неравенства
- Системы линейных неравенств
- Системы неравенств с одной переменной
- Равносильность неравенств, систем неравенств
- Использование свойств и графиков функций при решении неравенств
- Метод интервалов
- Изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем

Функции

Определение и график функции

- Функция, область определения функции
- Множество значений функции
- График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях
- Обратная функция. График обратной функции
- Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат

Элементарное исследование функций

- Монотонность функции. Промежутки возрастания и убывания
- Чётность и нечётность функции
- Периодичность функции
- Ограниченность функции
- Точки экстремума (локального максимума и минимума) функции
- Наибольшее и наименьшее значения функции

Основные элементарные функции

- Линейная функция, её график
- Функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, её график
- Квадратичная функция, её график
- Степенная функция с натуральным показателем, её график
- Тригонометрические функции, их графики
- Показательная функция, её график
- Логарифмическая функция, её

график Начала математического

анализа Производная

- Понятие о производной функции, геометрический смысл производной
- Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса,

заданного формулой или графиком

- Уравнение касательной к графику функции
- Производные суммы, разности, произведения, частного
- Производные основных элементарных функций
- Вторая производная и её физический смысл
- *Исследование функций*
- Применение производной к исследованию функций и построению графиков
- Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах

Первообразная и интеграл

- Первообразные элементарных функций
- Примеры применения интеграла в физике и геометрии

Геометрия

Планиметрия

- Треугольник
- Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат
- Трапеция
- Окружность и круг
- Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника
- Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника
- Правильные многоугольники. Вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника

Прямые и плоскости в пространстве

- Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые; перпендикулярность прямых
- Параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства
- Параллельность плоскостей, признаки и свойства
- Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трёх перпендикулярах
- Перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства
- Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур

Многогранники

- Призма, её основания, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма
- Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде
- Пирамида, её основание, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида
- Сечения куба, призмы, пирамиды
- Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр)

Тела и поверхности вращения

- Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка
- Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка
- Шар и сфера, их сечения

Измерение геометрических величин

- Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности
- Угол между прямыми в пространстве; угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями

- Длина отрезка, ломаной, окружности, периметр многоугольника
- Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися
- прямыми, расстояние между параллельными плоскостями
- Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора
- Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы
- Объём куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара

Координаты и векторы

- Координаты на прямой, декартовы координаты на плоскости и в пространстве
- Формула расстояния между двумя точками; уравнение сферы
- Вектор, модуль вектора, равенство векторов; сложение векторов и умножение вектора на число
- Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам
- Компланарные векторы. Разложение по трём некопланарным векторам
- Координаты вектора; скалярное произведение векторов; угол между векторами

Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

Элементы комбинаторики

- Поочередный и одновременный выбор
- Формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона

Элементы статистики

- Табличное и графическое представление данных
- Числовые характеристики рядов данных

Элементы теории вероятностей

- Вероятности событий
- Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач

3. Структура задания и форма проведения вступительного испытания

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Часть 2 содержит 4 задания с кратким ответом повышенного уровня сложности и 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа. Ответы к заданиям 1–12 записываются в бланк ответов в виде целого числа или конечной десятичной дроби. При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте билета не учитываются при оценивании работы.

4. Показатели и критерии результата вступительного испытания, процедура оценивания

За каждое правильно выполненное задание 1–8 выставляется 2 балла. За каждое правильно выполненное задание 9–12 выставляется 4 балла. За каждое правильно выполненное задание 13–17 выставляется 8 баллов. За каждое правильно выполненное задание 18–19 выставляется 14 баллов.

Баллы, полученные за выполненные задания, суммируются. Таким образом, в

целом абитуриент, правильно выполнивший задания 1–19 вступительного испытания, получает 100 баллов. Результат выполнения вступительного испытания считается положительным, если сумма набранных баллов соответствует минимальному количеству баллов, установленному Правилами приёма на обучение по программам высшего образования — программам бакалавриата, программам специалитета в 2024 году в ФГБОУ ВО СПбГПУ Минздрава России по соответствующему направлению подготовки (специальность), или превышает его.

Пример экзаменационного билета по математике

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Часть 2 содержит 4 задания с кратким ответом повышенного уровня сложности и 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа. Ответы к заданиям 1–12 записываются в бланк ответов в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

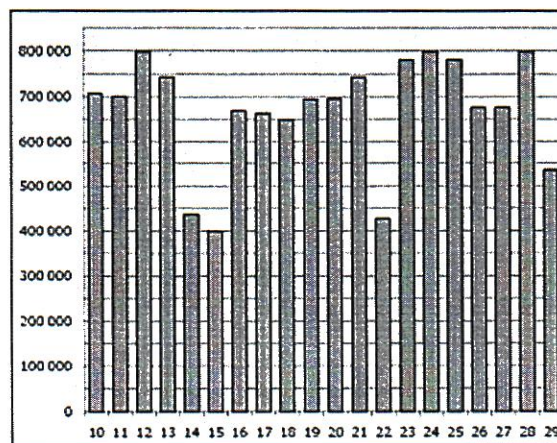
При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте билета не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

1. Выпускники 11 «А» покупают букеты цветов для последнего звонка: из 3 роз каждому учителю и из 9 роз классному руководителю и директору. Они собираются подарить букеты 19 учителям (включая директора и классного руководителя), розы покупаются по оптовой цене 30 рублей за штуку. Сколько рублей стоят все розы?

2. На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, какого числа в указанный период количество посетителей сайта РИА Новости впервые приняло наибольшее значение.



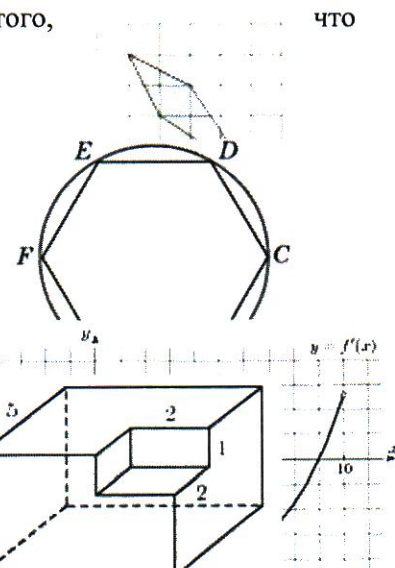
3. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

4. На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет чётной?

5. Найдите корень уравнения: $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} = 81^x$.

6. Периметр правильного шестиугольника равен 72. Найдите диаметр описанной окружности.

7. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6; 10)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$.



В ответе укажите общее число промежутков возрастания.

8. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке, (все двугранные углы прямые).

9. Найдите значение выражения $\frac{-5}{\sin^2 16^\circ + \cos^2 196^\circ}$

10. Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой $f_0 = 440$ Гц. Чуть позже издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка f больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закону $f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}}$ (Гц), где c — скорость звука

(в м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 10 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а $c = 315$ м/с. Ответ выразите в м/с.

11. Смешав 30-процентный и 60-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 36-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 41-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 30-процентного раствора использовали для получения смеси?

12. Найдите точку максимума функции $y = \ln(x + 5)^5 - 5x$

13. а) Решите уравнение $\log_3(\sin 3x - \sin x) = 2 \log_9(17 \sin 2x) - 1$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку

$$\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right].$$

14. Полушар и вписанный в него конус имеют общее основание и общую высоту.

а) Докажите, что объем части полушара, лежащей вне конуса, равен объему конуса.

б) Через середину высоты конуса проведена плоскость, параллельная основанию. Найдите площадь сечения, заключенного между боковой поверхностью конуса и поверхностью полушара, если радиус полушара равен 4.

15. Решите неравенство: $\left(2^{\frac{x-4}{2}} - 1\right) \sqrt{2^x - 10\sqrt{2^x} + 16} \geq 0$

16. Дан четырехугольник $ABCD$.

а) Докажите, что отрезки LN и KM , соединяющие середины его противоположных сторон, делят друг друга пополам.

б) Найдите площадь четырехугольника $ABCD$, если $LM = 3\sqrt{3}$; $KM = 6\sqrt{3}$; $\angle KML = 60^\circ$.

17. Георгий взял кредит в банке на сумму 804 000 рублей. Схема выплата кредита такова: в конце каждого года банк увеличивает на 10 процентов оставшуюся сумму долга, а затем Георгий переводит в банк свой очередной платеж. Известно, что Георгий погасил кредит за три года, причем каждый его следующий платеж был ровно вдвое меньше предыдущего. Какую сумму Георгий заплатил в третий раз? Ответ дайте в рублях.

18. Найдите все значения параметра a , при которых система уравнений

$$\begin{cases} 3|x| + |y| + |x + 3y| = 9 \\ x^2 + y^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

19. Участники одной школы писали тест. Результатом каждого ученика является целое неотрицательное число баллов. Ученик считается сдавшим тест, если он набрал не менее 73 баллов. Из-за того, что задания оказались слишком трудными, было принято решение всем участникам теста добавить по 5 баллов, благодаря чему количество сдавших тест увеличилось.

а) Могло ли оказаться так, что после этого средний балл участников, не сдавших тест, понизился?

б) Могло ли оказаться так, что после этого средний балл участников, сдавших тест, понизился, и

средний балл участников, не сдавших тест, тоже понизился? в) Известно, что первоначально средний балл участников теста составил 80, средний балл участников, сдавших тест, составил 90, а средний балл участников, не сдавших тест, составил 65. После добавления баллов средний балл участников, сдавших тест, стал равен 93, а не сдавших — 69. При каком наименьшем числе участников теста возможна такая ситуация?

5. Рекомендуемая литература:

- ЕГЭ 2021. Математика. Профильный уровень. Готовимся к итоговой аттестации. Под ред. Яценко И.В. (2021, 224с.)
- Математика в таблицах и схемах для подготовки к ЕГЭ. Слонимский Л.И. и др. (2020, 192с.)
- Подготовка к ЕГЭ по математике в 2021 г. Профильный уровень. Яценко И.В., Шестаков С.А. (2021, 240с.)
- ЕГЭ 2021. Математика. Тематический тренинг. 10-11 классы. Иванов С.О. и др. (2020, 464с.)
- ЕГЭ 2021. Математика. Профильный уровень. 36 типовых экзаменационных вариантов. Под ред. Яценко И.В. (2021, 256с.)
- ЕГЭ 2021. Математика. Профильный уровень. Типовые варианты заданий. 50 вариантов. Под ред. Яценко И.В. (2021, 232с.)