



**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ ПО ПРИКЛАДНОЙ  
МАТЕМАТИКЕ**

Санкт-Петербург  
2025

## 1. Область применения и нормативные ссылки

Программа вступительного испытания разработана для поступающих в ФГБОУ ВО СПбГПМУ Минздрава России на обучение по программам высшего образования: программам бакалавриата и программам специалитета на основе требований Федерального государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования (Приказ Минобрнауки России от 17.05.2012 N 413 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования»).

Целью вступительного испытания по прикладной математике является объективная оценка качества подготовки абитуриентов и проведение конкурсного отбора для поступления в СПбГПМУ.

## 2. Программа вступительного испытания по прикладной математике

### Алгебра

#### *Числа, корни и степени*

- Целые числа
- Степень с натуральным показателем
- Дроби, проценты, рациональные числа
- Степень с целым показателем
- Корень степени  $n > 1$  и его свойства
- Степень с рациональным показателем и её свойства
- Свойства степени с действительным показателем

#### *Основы тригонометрии*

- Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла
- Радианная мера угла
- Синус, косинус, тангенс и котангенс числа
- Основные тригонометрические тождества
- Формулы приведения
- Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов
- Синус и косинус двойного угла

#### *Логарифмы*

- Логарифм числа
- Логарифм произведения, частного, степени
- Десятичный и натуральный логарифмы, число  $e$

#### *Преобразования выражений*

- Преобразования выражений, включающих арифметические операции
- Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень
- Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени
- Преобразования тригонометрических выражений
- Преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования
- Модуль (абсолютная величина) числа

### Уравнения и неравенства

#### *Уравнения*

- Квадратные уравнения
- Рациональные уравнения
- Иррациональные уравнения
- Тригонометрические уравнения
- Показательные уравнения
- Логарифмические уравнения
- Равносильность уравнений, систем уравнений
- Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными
- Основные приёмы решения систем уравнений: подстановка,

- алгебраическое сложение, введение новых переменных
- Использование свойств и графиков функций при решении уравнений
- Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем
- Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учёт реальных ограничений

#### *Неравенства*

- Квадратные неравенства
- Рациональные неравенства
- Показательные неравенства
- Логарифмические неравенства
- Системы линейных неравенств
- Системы неравенств с одной переменной
- Равносильность неравенств, систем неравенств
- Использование свойств и графиков функций при решении неравенств
- Метод интервалов
- Изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем

#### **Функции**

##### *Определение и график функции*

- Функция, область определения функции
- Множество значений функции
- График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях
- Обратная функция. График обратной функции
- Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат

##### *Элементарное исследование функций*

- Монотонность функции. Промежутки возрастания и убывания
- Чётность и нечётность функции
- Периодичность функции
- Ограниченность функции
- Точки экстремума (локального максимума и минимума) функции
- Наибольшее и наименьшее значения функции

##### *Основные элементарные функции*

- Линейная функция, её график
- Функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, её график
- Квадратичная функция, её график
- Степенная функция с натуральным показателем, её график
- Тригонометрические функции, их графики
- Показательная функция, её график
- Логарифмическая функция, её график

#### **Начала математического анализа**

##### *Производная*

- Понятие о производной функции, геометрический смысл производной
- Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком
- Уравнение касательной к графику функции
- Производные суммы, разности, произведения, частного

- Производные основных элементарных функций
- Вторая производная и её физический смысл
- *Исследование функций*
- Применение производной к исследованию функций и построению графиков
- Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах

#### *Первообразная и интеграл*

- Первообразные элементарных функций
- Примеры применения интеграла в физике и геометрии

### **Геометрия**

#### *Планиметрия*

- Треугольник
- Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат
- Трапеция
- Окружность и круг
- Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника
- Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника
- Правильные многоугольники. Вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника

#### *Прямые и плоскости в пространстве*

- Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые; перпендикулярность прямых
- Параллельность прямой и плоскости, признаки свойства
- Параллельность плоскостей, признаки свойства
- Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трёх перпендикулярах
- Перпендикулярность плоскостей, признаки свойства
- Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур

#### *Многогранники*

- Призма, её основания, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма
- Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде
- Пирамида, её основание, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида
- Сечения куба, призмы, пирамиды
- Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр)

#### *Тела и поверхности вращения*

- Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка
- Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка
- Шар и сфера, их сечения

#### *Измерение геометрических величин*

- Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности
- Угол между прямыми в пространстве; угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями
- Длина отрезка, ломаной, окружности, периметр многоугольника
- Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными скрещивающимися прямыми, расстояние между

параллельными плоскостями

- Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора
- Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы
- Объём куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара

#### *Координаты и векторы*

- Координаты на прямой, декартовы координаты на плоскости и в пространстве
- Формула расстояния между двумя точками; уравнение сферы
- Вектор, модуль вектора, равенство векторов; сложение векторов и умножение вектора на число
- Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам
- Компланарные векторы. Разложение по трём некопланарным векторам
- Координаты вектора; скалярное произведение векторов; угол между векторами

#### **Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей**

##### *Элементы комбинаторики*

- Поочередный и одновременный выбор
- Формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона

##### *Элементы статистики*

- Табличное и графическое представление данных
- Числовые характеристики рядов данных

##### *Элементы теории вероятностей*

- Вероятности событий
- Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач

### **3. Структура задания и форма проведения вступительного испытания**

Вступительное испытание включает 10 тестовых заданий, которые различаются формой и уровнем сложности.

Во вступительном испытании представлены следующие разновидности заданий с кратким ответом:

- задания, требующие записать ответ в виде числа;
- задания, требующие записать ответ в виде слова;
- задания на установление правильной последовательности элементов.

На выполнение заданий вступительного испытания по прикладной математике отводится 1 астрономический час.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте билета не учитываются при оценивании работы.

### **4. Показатели и критерии результата вступительного испытания, процедура оценивания**

В вступительном испытании представлены задания разных уровней сложности: базового и повышенного.

Задания базового уровня сложности проверяют овладение предметными результатами на наиболее значимых элементах содержания курса прикладной математики, входящих в содержание как базового, так и углублённого курсов математики, без которых невозможно успешное продолжение обучения на следующей ступени.

Задания повышенного уровня сложности проверяют способность экзаменуемых действовать в ситуациях, в которых нет явного указания на способ выполнения и необходимо выбрать этот способ из набора известных участнику испытания или сочетать

два-три известных способа действий.

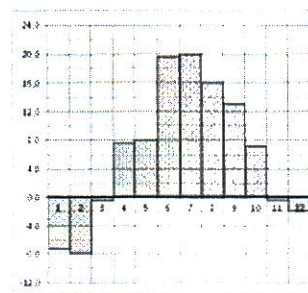
№ задания	Критерий оценивания и количество баллов
1–7	полное правильное выполнение задания базового уровня сложности – 8 баллов, неправильный ответ — 0 баллов.
8–9	полное правильное выполнение задания с двумя ответами – 12 баллов, правильное выполнение одного из двух ответов — 6 баллов, неправильные оба ответа — 0 баллов.
10	полное правильное выполнение задания повышенного уровня сложности – 20 баллов неправильный ответ — 0 баллов.

Баллы, полученные за выполненные задания, суммируются. Таким образом, в целом абитуриент, правильно выполнивший задания 1–10 вступительного испытания, получает 100 баллов. Результат выполнения вступительного испытания считается положительным, если сумма набранных баллов соответствует минимальному количеству баллов, установленному Правилами приёма на обучение по программам высшего образования — программам бакалавриата, программам специалитета в 2025 году в ФГБОУ ВО СПбГПУ Минздрава России по соответствующему направлению подготовки (специальность), или превышает его.

### Примеры заданий вступительного испытания по прикладной математике

1. Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. Заработная плата Ивана Кузьмича равна 12 500 рублей. Сколько рублей он получит после вычета налога на доходы?

2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев с отрицательной среднемесячной температурой.



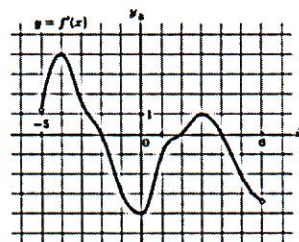
3. Найдите площадь трапеции, вершины которой имеют координаты (2, 2), (8, 4), (8, 8), (2, 10).

4. Перед началом первого тура чемпионата по бадминтону участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 бадминтонистов, среди которых 10 спортсменов из России, в том числе Руслан Орлов. Найдите вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России.

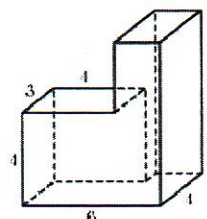
5. Решите уравнение  $\sin \frac{\pi(2x-3)}{6} = -0,5$ . В ответе напишите наибольший

отрицательный корень.

6. На рисунке изображен график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-5; 6)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $f(x)$  параллельна прямой  $y = 3x - 19$  или совпадает с ней.



7. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые)



8. а) Решите уравнение  $3^{2x^2} - 2 \cdot 3^{x^2+x+6} + 3^{2x+12} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $[-\sqrt[3]{9}; \sqrt{8}]$ .

9. Окружность с центром  $O$  и окружность вдвое меньшего радиуса касаются внутренним образом в точке  $E$ . Диаметр  $PQ$  большей окружности пересекает меньшую окружность в точке  $H$ , отличной от  $O$ . Луч  $EH$  пересекает большую окружность в точке  $F$ .

а) Докажите, что  $H$  — середина  $EF$ .

б) Найдите расстояния от точки  $O$  до хорд  $EP$  и  $EQ$ , если радиус большей окружности равен 169, а  $OH = 119$ .

10. На доске были написаны несколько целых чисел. Несколько раз с доски стирали по два числа, разность которых делится на 5.

а) Может ли сумма всех оставшихся на доске чисел равняться 38, если изначально по одному разу были написаны все натуральные числа от 11 до 22 включительно?

б) Может ли на доске остаться ровно два числа, произведение которых оканчивается на цифру 4, если изначально по одному разу были написаны квадраты натуральных чисел от 63 до 96 включительно?

в) Пусть известно, что на доске осталось ровно два числа, а изначально по одному разу были написаны квадраты натуральных чисел от 63 до 96 включительно. Какое наибольшее значение может получиться, если поделить одно из оставшихся чисел на второе из них?

### 5. Рекомендуемая литература:

- ЕГЭ 2021. Математика. Профильный уровень. Готовимся к итоговой аттестации. Под ред. Ященко И.В. (2021, 224с.)
- Математика в таблицах и схемах для подготовки к ЕГЭ. Слонимский Л.И. и др. (2020, 192с.)
- Подготовка к ЕГЭ по математике в 2021 г. Профильный уровень. Ященко И.В., Шестаков С.А. (2021, 240с.)
- ЕГЭ 2021. Математика. Тематический тренинг. 10-11 классы. Иванов С.О. и др. (2020, 464с.)

- ЕГЭ 2021. Математика. Профильный уровень. 36 типовых экзаменационных вариантов. Под ред. Ященко И.В. (2021, 256с.)
- ЕГЭ 2021. Математика. Профильный уровень. Типовые варианты заданий. 50 вариантов. Под. ред. Ященко И.В. (2021, 232с.)